

Fundamentos del Ajuste Curricular en el sector de Matemática

Ministerio de Educación
Unidad de Currículum y Evaluación
Marzo 2009

A continuación se presentan los principales antecedentes, características y fundamentos del ajuste curricular para el sector de matemática. El currículum de la reforma ha sido objeto de análisis y de observaciones fruto de la experiencia de más de quince años de aplicación.

La experiencia acumulada, los resultados en pruebas nacionales e internacionales, las conclusiones y recomendaciones de los estudios realizados en el sector, el ajuste realizado en los primeros niveles (decreto 232/2002) y la experiencia adquirida en el desarrollo de mapas de progreso del aprendizaje, han sido considerados como antecedentes de este ajuste.

Junto con estos antecedentes, el documento sistematiza las principales tensiones a las que fue sometido el Marco Curricular para seleccionar los aspectos a modificar, se describe la nueva estructura propuesta para el currículum del sector y se analizan las concepciones acerca de la matemática, su aprendizaje y su enseñanza mostrando que el ajuste mantiene los pilares fundamentales del currículum de la reforma proponiendo su actualización y/o ampliando la visión para incorporar nuevos aprendizajes. En la sección final del documento se propone un conjunto de tópicos que tienen especial relevancia en el ajuste curricular.

I. Propósito formativo y enfoque curricular del sector.

El ajuste curricular establece la continuidad entre los fundamentos del currículum de la reforma en materia de concepciones acerca de conocimiento matemático, aprendizaje de la matemática y de los aportes de éste a la formación humana. Desde un punto de vista general, los fundamentos son los mismos con la incorporación de tendencias actuales en la educación matemática, algún énfasis nuevo de la misma visión y de una ampliación de la concepción de resolución de problemas. En efecto, en el ajuste la resolución de problemas sigue siendo un aspecto central de la formación y del hacer matemático, tal como en el currículum de la reforma; sin embargo, la visión se amplía al considerar que resolver problemas es parte de un concepto más amplio, el razonamiento matemático.

a. Concepción acerca del conocimiento matemático.

La concepción del conocimiento matemático que prevalece en el ajuste curricular es que éste forma parte del acervo cultural de nuestra sociedad; es una disciplina cuya construcción empírica e inductiva surge de la necesidad y el deseo de responder y resolver situaciones provenientes de los más variados ámbitos, tanto de la matemática misma como del mundo de las ciencias naturales, sociales, del arte y la tecnología. Su construcción y desarrollo es una creación del ser humano, ligada a la historia y a la cultura.

Esta concepción de la matemática como una construcción cultural, tiene importantes implicancias en el aprendizaje y la enseñanza de la misma, tal como se verá más adelante.

b. Concepción acerca del aprendizaje de la matemática.

El currículum del sector propone que la matemática se aprende haciendo matemática, reflexionando acerca de lo hecho y confrontando la actuación propia con el conocimiento acumulado y sistematizado. Las implicancias que tiene esta concepción con la enseñanza de la matemática es evidente, su enseñanza debe dar muchas oportunidades a los estudiantes de "hacer matemática", esto es, razonar matemáticamente entendiendo por razonamiento matemático la capacidad para resolver problemas, formular conjeturas, verificar la validez de procedimientos y relaciones, razonar bajo hipótesis. Estas actividades deberían estar en el núcleo de las experiencias de aprendizaje deseables.

c. Aportes de la matemática a la formación Humana.

El ajuste propuesto hace suyos las afirmaciones incluidas en el currículum de la reforma que señalan los aportes de la matemática a la formación¹:

- Enriquece la comprensión de la realidad: *"Su aprendizaje permite enriquecer la comprensión de la realidad, facilita la selección de estrategias para resolver problemas y contribuye al desarrollo del pensamiento crítico y autónomo. Más específicamente, aprender matemática proporciona herramientas conceptuales para analizar la información cuantitativa presente en las noticias, opiniones, publicidad, aportando al desarrollo de las capacidades de comunicación, razonamiento y abstracción e impulsando el desarrollo del pensamiento intuitivo y la reflexión lógica".*
- Contribuye a la autovaloración personal: *"Además, aprender matemática contribuye a que los estudiantes valoren su capacidad para analizar, confrontar y construir estrategias personales para la resolución de problemas y el análisis de situaciones concretas, incorporando formas habituales de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la aplicación y el ajuste de modelos, la flexibilidad para modificar puntos de vista ante evidencias, la precisión en el lenguaje y la perseverancia en la búsqueda de caminos y soluciones".*
- Apoya el desarrollo afectivo y la autonomía de pensamiento: *"El aprendizaje de la matemática es un buen aliado para el desarrollo de capacidades no sólo cognitivas (de razonamiento, abstracción, inducción, deducción, reflexión, análisis), sino también para el desarrollo de actitudes, tales como la confianza de las alumnas y los alumnos en sus propios procedimientos y conclusiones, favoreciendo la autonomía de pensamiento; la disposición para enfrentar desafíos y situaciones nuevas; la capacidad de plantear conjeturas y el cultivo de una mirada curiosa frente al mundo que los rodea; la disposición para cuestionar sus procedimientos, para aceptar que se pueden equivocar y que es necesario detectar y corregir los errores; la apertura al análisis de sus propias estrategias de reflexión, de diversidad de procedimientos y de nuevas ideas".*

¹ textos extraídos desde el documento "Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios para la Educación Media (Decreto 220/98)" y de la introducción a los nuevos objetivos fundamentales y contenidos mínimos para el sector de matemática.

d. Enseñanza de la Matemática.

Los aspectos anteriormente vistos tienen importantes consecuencias en las concepciones y prácticas de la enseñanza. Se concibe la enseñanza de la matemática como un proceso de diseño e implementación de un conjunto de actividades que mediatizan la relación entre el estudiante y los contenidos del currículum de matemática, el proceso de mediatización incluye espacios guiados de construcción de los conceptos, procedimientos y estrategias de razonamiento y resolución de problemas. Dado que la matemática se concibe como parte de la cultura y como una de las formas de conocer y comprender el entorno social y natural, la enseñanza de la misma se debe dar en situaciones que permitan una contextualización, de parte del estudiante, que le de sentido y significado al aprendizaje de la matemática.

II. Revisión del currículum de la reforma.

El currículum es resultado de un proceso en el que intervienen numerosos factores y numerosos actores. Se trata de un tejido en que las necesidades e intereses de aquellos a los que está destinado el conocimiento experto -tanto en la disciplina como en la didáctica-, la experiencia, la tradición, y las concepciones acerca del conocimiento y de su aprendizaje, inciden en la propuesta resultante. A continuación se señalan las principales tensiones a las que fue sometido el currículum de matemática, en una primera fase, y las distintas versiones del ajuste después.

a. Consistencia interna

La primera tensión se refiere a un análisis interno: aprendizajes por nivel que se construyen sobre los anteriores, claridad en lo que progresa, consistencia en el lenguaje, en la aplicación de los principios que orientan la propuesta y, naturalmente, la consistencia entre cada objetivo y los contenidos que lo soportan.

b. Aprendizajes provenientes desde la implementación.

Tanto la experiencia de aplicar el currículum como estudios al respecto generaron un conjunto de observaciones, áreas de posibles deficiencias y faltas de continuidad. Este análisis mostró falta de articulación entre niveles, en particular entre cuarto y quinto básico, fruto del ajuste experimentado en primer ciclo básico (decreto 232/2002), y entre la educación básica y media. Se detectó también algunos conceptos y procedimientos a los que no se anteponían antecedentes necesarios para su tratamiento. Los estudios coincidieron en señalar desfases entre el currículum nacional y los internacionales, representados, principalmente, por las pruebas internacionales.

Estos estudios dieron pie para un análisis comparativo entre el marco curricular del sector y algunos marcos curriculares internacionales considerados relevantes.

c. Desarrollo internacional del campo de la educación matemática

Se analizaron los currículum de Western Australia y New South Wales (Australia), de British Columbia (Canadá) y los marcos conceptuales y las evidencias de dos pruebas internacionales, TIMSS y PISA. Además, se consultó la literatura internacional del campo de la Educación Matemática.

Algunas de las conclusiones apuntan a que varios de los tópicos y habilidades en los que los jóvenes chilenos muestran resultados especialmente bajos en pruebas internacionales, coinciden con temas que en el currículum chileno eran tratados demasiado tarde. También se observó la tendencia a adelantar la introducción al álgebra y un incremento notable del tratamiento de elementos de probabilidades y estadística a lo largo de los doce años de formación inicial. Otros elementos del análisis de propuestas internacionales se refieren al énfasis en el razonamiento matemático como un aspecto central del currículum.

d. Tensiones provenientes de la estructura del sistema educativo.

El currículum de la reforma fue diseñado en un contexto en que la educación obligatoria llegaba solo hasta 8º básico. Eso influyó en la definición curricular de la reforma y, de algún modo, guarda relación con una de las falencias que se detectó a ese marco: la falta de continuidad entre niveles.

El análisis reforzó la noción de generar una estructura curricular que permitiese mirar, como un conjunto, los doce años de formación inicial, con independencia de las divisiones en niveles que se definan. También dio luces para tender a una estructura curricular que diferencie los dos últimos años de formación permitiendo a los estudiantes concentrar sus esfuerzos en un conjunto menor de áreas de estudio con más profundidad.

e. Pertinencia y adecuación al desarrollo del país.

Toda decisión de ajuste fue tensionada desde la necesidad de que el resultado fuese un currículum pertinente, adecuado a las condiciones de desarrollo del país. Este ajuste responde a una decisión Ministerial de revisar el conjunto de sectores de aprendizaje del currículum, teniendo como criterio el diseño de objetivos fundamentales y contenidos mínimos que mostraran con mayor claridad hacia dónde se dirige el aprendizaje. Al mismo tiempo, se consideró el estado actual y posible -en el futuro cercano-, de la formación inicial de los docentes, sus conocimientos matemáticos y didácticos y el potencial de los cursos de actualización docente.

f. Consulta pública y consulta a especialistas

Diferentes versiones del ajuste fueron sometidas al análisis y crítica de especialistas de instituciones relevantes del país, de especialistas en educación matemática y matemática, profesores y profesoras, y público en general.

La tensión desde estas diferentes miradas, tanto de educación matemática como de la matemática misma, resultó en un enriquecimiento y, en cierto sentido, aumento de la complejidad de la propuesta resultante. En particular, la introducción de la noción de razonamiento matemático, que se decidió fuese transversal al currículo es, en la actualidad un aspecto central de la propuesta y contribuye a elevar el nivel taxonómico de los aprendizajes propuestos.

Cabe señalar que pese a la crítica por la extensión del currículum, los diversos actores que participaron en la consulta tendían a solicitar la incorporación de nuevos contenidos, sin dar señales respecto a aquellos contenidos que podrían eliminarse para reducir la extensión o tratarse solo en la formación diferenciada. Lo anterior motivó procesos de reflexión y análisis al interior del equipo elaborador de la propuesta, de modo de poder acoger las diversas demandas sin que esto implicara una extensión del currículum.

III. Criterios o principios orientadores del ajuste curricular.

Los diferentes análisis a los que fue sometido el currículum dieron origen a algunos principios que orientaron la construcción del ajuste curricular.

Criterio de organización. El currículum se organizó en torno a cuatro ejes: números, álgebra, geometría y datos y azar, considerando razonamiento matemático como transversal a dichos ejes. Los ejes son los mismos a lo largo de los doce años de formación general, habida cuenta que los requerimientos formales del eje de álgebra se expresan a partir del quinto año.

Criterio de continuidad de las concepciones de conocimiento matemático y educación matemática. El ajuste hace propios la concepción acerca de lo que es el conocimiento matemático, las razones para incorporarlo a la formación de todos los niños, niñas y jóvenes del país, y las concepciones sobre los principios didácticos que inspiraron el currículum de la reforma. Algunos de estos fundamentos fueron actualizados a la luz del mejor conocimiento disponible y otros, ampliados o complementados, tal como se señala más adelante.

Criterio de extensión en el tiempo y continuidad. En lo posible, tópicos centrales de la formación matemática elemental como números naturales, enteros negativos, decimales, fracciones, números racionales, raíces, funciones, entre otros, fueron introducidos al currículum tan temprano como el desarrollo de los estudiantes lo aconseja y, una vez incorporados al Marco, se buscó mantenerlos o visitarlos en los diversos niveles para asegurar su dominio.

Criterio de ajuste a los requerimientos internacionales. Se refiere a buscar, en lo posible, que si nuestros alumnos son examinados por medio de instrumentos de carácter internacional, el marco curricular garantice que hayan tenido la oportunidad de estudiar aquello en los que se les medirá.

Criterio de la transversalidad del razonamiento matemático. Se buscó, a lo largo de todo el currículum, relevar objetivos y proponer contenidos que apelen a las bases del razonamiento matemático, en particular a la resolución de problemas, búsqueda de regularidades y patrones, formulación de conjeturas, formulación de argumentos y diversas formas de verificación la validez de una conjetura o un procedimiento, el modelamiento de situaciones o fenómenos, para nombrar las centrales.

IV. Nueva estructura para el currículum de matemática: De un currículum con base en unidades de aprendizaje a uno con base a ejes temáticos.

El ajuste propuesto se organizó en torno a "ejes curriculares", a saber: **Números, Álgebra, Geometría y Datos y Azar**. Paralelamente se definió "**Razonamiento Matemático**" como transversal a los cuatro ejes antes referidos.

Números:

Números es el eje vertebral de la propuesta. El desarrollo del concepto de número acompaña los aprendizajes matemáticos desde el primer año de la enseñanza básica hasta el penúltimo año de la formación en media. Se puede observar, en aula, que una mayoría de los niños, niñas y jóvenes no diferencian entre los diferentes sistemas numéricos. En particular no pueden responder acerca de los problemas que se pueden y que no se pueden tratar con determinado tipo de números. Tampoco están en capacidad de explicar lo que se entiende por número irracional, a lo más algunos los relacionaron con raíces. Consecuentemente, en el ajuste se introducen objetivos y contenidos acerca de las motivaciones de las diversas extensiones de los números y se postergó la introducción de los irracionales hasta segundo medio, presentando los números reales. Luego se introducen los números complejos, en tercero, para dar completitud a las soluciones de las ecuaciones de segundo grado y completitud al conjunto de los sistemas numéricos.

Álgebra:

Se analizó la tendencia internacional a incluir álgebra desde los primeros niveles. Se trata de hacer conciente a los docentes y – por lo tanto a los estudiantes – de que hay elementos de abstracción y representación mediante símbolos que comienza pronto en el aprendizaje de la matemática. En efecto, al constatar la propiedad conmutativa de la suma o del producto, o al calcular la cantidad que sumada con otra da como resultado una tercera, el estudiante se ha encontrado con propiedades generales y con la solución de una ecuación de primer grado. En la propuesta de ajuste se observarán temas de álgebra a partir del quinto grado.

Por último se concibe el álgebra como una poderosa herramienta para expresar los resultados de la generalización y constituye un elemento unificador del conjunto del saber matemático. Desde el punto de vista de procedimientos, es también una herramienta para deducir nuevas relaciones de una relación dada, para hacer demostraciones y para modelar.

Geometría:

Se propone un tratamiento de la geometría euclidiana muy cercano al contenido en el currículum de la reforma, con un énfasis en la generación de conjeturas y su verificación. El ajuste enfatiza la noción de construcción geométrica, aprovecha el tratamiento de las transformaciones rígidas en el plano para introducir la noción de vector que luego se retoma para expresar la ecuación vectorial de la recta y con una breve introducción a los vectores en tres dimensiones en cuarto medio. En tercer medio se introduce el tratamiento de la geometría analítica, a través de la distancia entre puntos en el plano cartesiano y la ecuación de la recta. Se relaciona dicha ecuación con la representación vectorial de la recta. De este modo el ajuste distingue en tres momentos del desarrollo de la geometría que devino en: geometría euclidiana, geometría analítica y geometría vectorial.

Datos y Azar:

Se optó por esa designación para referirse a temas de la estadística y de probabilidades, en particular, para hacerse cargo de aspectos elementales de los primeros niveles de básica.

De acuerdo con una tendencia observable en varios currículum internacionales se introduce el razonamiento probabilístico desde los primeros cursos de básica. Este tipo de conocimiento es usado desde temprano en la vida de niños, niñas y jóvenes: "es posible, imposible, seguro o probable". Por otro lado, es de un uso creciente en la vida cotidiana para todos los ciudadanos y ciudadanas, ya sea en el manejo financiero o en la información de resultados de encuestas, sondeos de opinión u otras formas de uso de la información de tipo estadístico.

En la educación media se introduce la noción y el modelamiento de la incerteza y se incrementan los contenidos de estadística. De este modo se espera que los alumnos egresados de media, estén preparados para estudiar estadística, que es parte del currículum de una variedad de carreras como sociología, economía, psicología, entre otras.

V. Tópicos especiales

Razonamiento matemático y resolución de problemas.

La matemática se aprende haciendo matemática, reflexionando acerca de lo hecho y confrontando la actuación propia con el conocimiento acumulado y sistematizado. Por ello el razonamiento matemático se aborda transversalmente en estos cuatro ejes. Consecuentemente, resolver problemas, formular conjeturas, verificar la validez de afirmaciones, procedimientos y relaciones, así como lo concerniente a la demostración en matemática, el modelamiento de situaciones y fenómenos, la abstracción y su expresión en el lenguaje simbólico, están en el núcleo de las experiencias de aprendizaje deseables. En esta perspectiva, la resolución de problemas es un aspecto del razonamiento matemático.

Se analizó los diversos niveles del currículum y se incluyó objetivos y contenidos que expresen aprendizajes deseables en esta área. Se trata de una forma de mirar el aprendizaje matemático relativamente reciente y en expansión, de modo que se puede esperar nuevos desarrollos y propuestas en esta dirección.

Lenguaje matemático.

El punto de partida de la incorporación del lenguaje matemático en el ajuste curricular es el reconocimiento que "el discurso matemático incluye términos especializados y significados distintos de los habituales en el habla cotidiana" (Pimm, 1999). La opción metodológica, frente a la enseñanza del lenguaje matemático es mediar la adquisición del significado matemático, por parte de los estudiantes, a partir del significado que estos tienen desde su experiencia cotidiana². En una primera etapa, el problema fundamental de

² Un ejemplo lo encontramos en la respuesta a la pregunta ¿cuál es la diferencia entre 24 y 9? Un niño de 9 años respondería: "uno es par y el otro impar". Desde su experiencia el niño no significa el vocablo "diferencia" como la operación matemática.

la enseñanza de la matemática es la construcción de significados más que la cuestión del rigor, esto no significa, sin embargo, que el tema del rigor y la precisión propios del lenguaje matemático sea dejado de lado, sino que el punto de inicio de la adquisición de este lenguaje sea abordado a partir de los elementos y conceptos cercanos a la experiencia del estudiante. A modo de ejemplo, se puede observar en el ajuste, que la incorporación del lenguaje relativo al orden parte en primero básico, con el uso de los términos "mayor que", "menor que" e "igual que" asociado a la comparación de números, y continúa profundizándose, tanto a nivel conceptual como en su expresión simbólica llegando en cuarto básico al uso de la simbología matemática más precisa. Igual línea de inclusión se encuentra para el lenguaje algebraico, geométrico y el relativo a datos y azar.

Introducción de la noción de función.

El concepto de función se introduce en octavo básico. En primero medio se introducen la función lineal y afín para tratar problemas relativos a la proporcionalidad como una aplicación de la función lineal. En segundo medio se retoma el tema mediante las funciones exponencial, logarítmica y raíz cuadrada. Se lo retoma en tercero con la función cuadrática y en cuarto con la función potencia.

Las tecnologías de la información.

Siguiendo la tendencia ya manifestada en el currículum de la reforma, y profundizándola, se recomienda el uso de calculadoras y de la diversidad de software especializados en álgebra, geometría y análisis de datos. Se señalan las conveniencias de utilizar sistemas código abierto y de uso libre por parte de los niños, niñas y jóvenes en el aprendizaje de la matemática.

Las tecnologías digitales, además de contribuir a presentar la matemática en una mayor diversidad de medios y modos, de apelar al interés y de facilitar las tareas de exploración por parte de los y las estudiantes, aumenta el rango de trabajo posible con operaciones con números grandes, pequeños y con funciones en las que tradicionalmente se restringió el grado de una potencia o el índice de una raíz u otros parámetros que fuerzan cálculos tediosos o innecesariamente complejos.

La geometría, las probabilidades y la estadística pueden ser tratadas con una perspectiva más amplia y realista, siendo este tratamiento cercano a las habilidades que los y las jóvenes alcanzan con el uso de las tecnologías de la información.

El contexto, la historia del conocimiento matemático y otras áreas del conocimiento.

El ajuste mantiene la valoración del contexto y de la historia del conocimiento matemático en el proceso de aprendizaje de la matemática. Es necesario que el proceso de aprendizaje tenga una base en contextos significativos y accesibles para los niños, niñas y jóvenes, favoreciendo la comprensión por sobre el aprendizaje de reglas y mecanismos sin sentido. El enfoque acerca de la matemática que orienta el Marco Curricular, apela al conocimiento como una creación culturalmente situada; que tiene potencial para aumentar la capacidad del ser humano para comprender e intervenir en el medio que lo rodea. Consecuentemente, el contexto en que el conocimiento matemático tuvo su origen o en el que tiene aplicación, es un vehículo preferente para dotar al proceso de aprendizaje de sentido y de significado. La vida cotidiana, las situaciones en que el alumno o alumna participa, los fenómenos naturales, económicos y sociales; las

otras áreas del desarrollo sistemático del conocimiento, sirven de contexto para que el aprendizaje sea significativo, accesible y apropiable por parte del que aprende. La interacción con el medio, la exploración de regularidades y patrones en situaciones familiares, son modalidades que favorecen y complementan esa comprensión. La historia del conocimiento matemático es una fuente importante de contexto y sentido. Comprender los problemas o preguntas que dieron origen a un concepto, modelo o procedimiento completa el aprendizaje de esos conocimientos. ¿Qué problema resuelve?, ¿qué lugar ocupa el concepto, relación o modelo en el edificio de la matemática?, ¿qué circunstancias o motivaciones le dieron origen?, son cuestiones que contribuyen a formar, en el que aprende, una organización propia y significativa de los conocimientos matemáticos adquiridos.

REFERENCIAS

Gilbert A. Valverde (2004). "Currículo Convergente in Chile: The Global and Local Contexto f Reforms in Currículo Policy". En Comparative Educational Review, vol. 48, no.2. Comparative and Internacional Education Society.

Pimm, D. (1999). *El lenguaje matemático en el aula*. Segunda Edición. España: Ed. Morata.

Ministerio de Educación, Unidad de Currículum y Evaluación (2005). *Seguimiento a la Implementación Curricular, Matemática*.

Ministerio de Educación. *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Básica*. Decreto 232/2002.

Ministerio de Educación. *Objetivos Fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios de la Educación Media*. Decreto 220/98.

Mathematics K-6 Syllabus 2002, publicado por el Board of Studies New South Wales, Australia. <http://k6.boardofstudies.nsw.edu.au/maths/#maths-syllabus>

Mathematics Years 7-10, publicado por el Board of Studies New South Wales, Australia. http://www.boardofstudies.nsw.edu.au/syllabus_sc/

Prueba Timss 1999, 2003, 4° grado y 8° grado.
Prueba Timss 2007, 4° grado y 8° grado.
<http://timss.bc.edu/TIMSS2007/frameworks.html>

Framework Western Australia.
http://www.curriculum.wa.edu.au/internet/Years_K10/Curriculum_Framework/Curriculum_Framework

<http://www.curriculum.wa.edu.au/ProgressMaps/maths.htm>

Curriculum K to 7, 8 – 9, 10 to 12, British Columbia, Canada.
http://www.bced.gov.bc.ca/irp/program_delivery/math.htm

Victoria
<http://csf.vcaa.vic.edu.au/index.htm>

PISA
http://www.pisa.oecd.org/pages/0,2987,en_32252351_32235731_1_1_1_1_1,00.html

Inglaterra
<http://www.curriculumonline.gov.uk/Subjects/Ma/Subject.htm>

NCTM
<http://standards.nctm.org/document/chapter3/index.htm>